

平成23年度技術士第一次試験問題〔共通科目〕

【A】数学

Ⅲ 次の20問題を解答せよ。(解答欄に1つだけマークすること。)

Ⅲ-1 $0 < a < b$ のとき, 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$ は, 次のどれか。

- ① a ② b ③ $2a$ ④ $2b$ ⑤ 0

Ⅲ-2 $\sin\left(\cos^{-1}\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$ の値は, 次のどれか。

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

Ⅲ-3 関数 $y = \log(1+x)$ の第 n 次導関数は, 次のどれか。ただし, 対数は自然対数とする。

- ① $\frac{n!}{(1+x)^n}$ ② $\frac{(n-1)!}{(1+x)^n}$ ③ $\frac{(-1)^{n-1}}{(1+x)^n}$
④ $\frac{(-1)^{n-1}n!}{(1+x)^n}$ ⑤ $\frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1+x)^n}$

Ⅲ-4 微分方程式 $y' = y \cos x$ を初期条件「 $x=0$ のとき $y=1$ 」の下で解くと, その解は次のどれか。ただし, e は自然対数の底である。

- ① $e^{\sin x}$ ② $e^{\cos x}$ ③ $e^{\tan x}$ ④ $e^{-\sin x}$ ⑤ $e^{-\cos x}$

Ⅲ-5 実数直線の性質として, 正しくないものは次のどれか。

- ① 任意のコーシー列は収束する。
② 上に有界な任意の単調増加数列は収束する。
③ 上に有界な任意の部分集合は最大値をもつ。
④ 任意の異なる2つの実数の間に有理数が存在する。
⑤ 任意の異なる2つの実数の間に無理数が存在する。

Ⅲ-6 3次方程式 $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = 0$ の実数解の個数について、正しいものは次のどれか。

- ① 正の解が2個で、負の解が1個である。
- ② 正の解が1個で、負の解が0個である。
- ③ 正の解が1個で、負の解が2個である。
- ④ 正の解が3個で、負の解が0個である。
- ⑤ 正の解が0個で、負の解が3個である。

Ⅲ-7 広義積分 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ の値は、次のどれか。

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Ⅲ-8 曲線 $y = \cos^{-1} x$ と x 軸および y 軸で囲まれた部分を y 軸の回りに回転させてできる回転体の体積は、次のどれか。

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{\pi^2}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{\pi^2}{4}$

Ⅲ-9 2変数関数 $z = e^{ax-y}$ に対し、 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 5z$ が成り立つとき、 a の値は次のどれか。ただし、 e は自然対数の底である。

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

Ⅲ-10 重積分 $\iint_D (x+y)^2 dx dy$ の値は、次のどれか。ただし、 $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ とする。

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

Ⅲ-11 複素数 $(1-i)^{-8}$ は、次のどれか。ただし、 $i = \sqrt{-1}$ である。

- ① $\frac{i}{2^2}$ ② $\frac{1}{2^4}$ ③ $\frac{i}{2^4}$ ④ $\frac{1}{2^8}$ ⑤ $\frac{i}{2^8}$

Ⅲ-12 行列の等式 $\begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & b \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & b \end{pmatrix}$ を満たす a, b は、次のどれか。

- ① $a = -1, b = -2$ ② $a = -1, b = -1$ ③ $a = -2, b = 0$
 ④ $a = -2, b = 1$ ⑤ $a = -2, b = 2$

Ⅲ-13 2つのベクトル $\mathbf{a} = (-3, 4, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, 2, k)$ に対し, $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ と \mathbf{b} が直交するとき, k の値は次のどれか。

- ① 1, -3 ② -1, 3 ③ -2, 3 ④ -2, 2 ⑤ -3, 3

Ⅲ-14 1次独立なベクトル $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ が等式

$$k(\mathbf{a} - \mathbf{b}) + l(2\mathbf{a} + \mathbf{b} - 3\mathbf{c}) + m(\mathbf{a} - \mathbf{b} - 2\mathbf{c}) = \mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$$

を満たすとき, (k, l, m) は次のどれか。

- ① (2, 1, -3) ② (2, -1, 3) ③ (2, -1, -3) ④ (1, 2, -3) ⑤ (1, -2, 3)

Ⅲ-15 ベクトル \mathbf{b} は零ベクトル $\mathbf{0}$ ではないとする。係数行列を A とする連立一次方程式 $Ax = \mathbf{b}$ と $Ax = \mathbf{0}$ の解について, 次の命題のうち正しくないものはどれか。

- ① $Ax = \mathbf{b}$ は解をもたない場合があるが, $Ax = \mathbf{0}$ は常に解をもつ。
 ② $Ax = \mathbf{b}$ が無数の解をもつならば, $Ax = \mathbf{0}$ も無数の解をもつ。
 ③ $x = \mathbf{c}_1, x = \mathbf{c}_2$ が $Ax = \mathbf{b}$ の解のとき, $x = \mathbf{c}_1 - \mathbf{c}_2$ は $Ax = \mathbf{0}$ の解である。
 ④ $x = \mathbf{c}_1, x = \mathbf{c}_2$ が $Ax = \mathbf{b}$ の解のとき, $x = \mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2$ も $Ax = \mathbf{b}$ の解である。
 ⑤ $x = \mathbf{c}_1$ が $Ax = \mathbf{b}$ の解, $x = \mathbf{c}_2$ が $Ax = \mathbf{0}$ の解のとき, $x = \mathbf{c}_1 + \mathbf{c}_2$ は $Ax = \mathbf{b}$ の解である。

Ⅲ-16 連立1次方程式 $\begin{cases} x + y + z = -1 \\ x + 2y + 4z = -6 \end{cases}$ と同値な直線の方程式は、次のどれか。

- ① $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-3} = z+2$ ② $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{-1}$ ③ $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1}$
 ④ $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{2} = z+2$ ⑤ $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-2} = z+2$

Ⅲ-17 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ の値は、次のどれか。

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

Ⅲ-18 行列式 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列は、次のどれか。

① $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

④ $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

Ⅲ-19 行列 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & a & a+1 \\ b & 1-b & 0 \end{pmatrix}$ の階数2がのとき、 a, b が満たす関係は次のどれか。

- ① $a-b+1=0$ ② $2a-b+1=0$ ③ $a-2b+1=0$
 ④ $3a-b+1=0$ ⑤ $a-3b+1=0$

Ⅲ-20 行列 $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & -2 \end{pmatrix}$ が固有値 $-3, 2$ をもつとき、 a の値は次のどれか。

- ① -1 または 0 ② -1 または 1 ③ -2 または 1
 ④ -2 または 2 ⑤ -3 または 2